PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

PROPOZYCJA SCHEMATU OCENIANIA ARKUSZA
Z POZIOMU PODSTAWOWEGO

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	**C**	**B**	**D**	**C**	**B**	**D**	**B**	**B**	**A**	**A**	**C**	**A**	**A**	**D**	**D**
Nr zadania	16	17	18	19	20										
Odpowiedź	**C**	**B**	**D**	**D**	**A**										

Propozycja oceniania zadań otwartych

Zadanie 21. (2 pkt)

Wykaż – stosując wzór skróconego mnożenia – że liczba $4^9 + 3^9$ jest podzielna przez 91.

- Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)

Zapisanie liczby w postaci $(4^3 + 3^3)[(4^3)^2 - 4^3 \quad 3^3 + (3^3)^2]$ na podstawie wzoru skróconego mnożenia:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

- Rozwiązanie bezbłędne (2 punkty)

Zapisanie liczby w postaci $91 \quad ((4^3)^2 - 4^3 \quad 3^3 + (3^3)^2)$ i stwierdzenie, że wyrażenie w nawiasie jest liczbą całkowitą (lub naturalną).

Uwaga: Jeśli uczeń nie zapisze, że wyrażenie w nawiasie jest liczbą całkowitą (lub naturalną), to otrzymuje 1 pkt. Jeśli uczeń nie zastosuje wzoru skróconego mnożenia lub błędnie zastosuje wzór, to otrzymuje 0 punktów.

Zadanie 22. (2 pkt)

W skończonym ciągu geometrycznym (a_n) wyraz pierwszy jest równy 3, a wyraz ostatni 768. Wiedząc, że suma wszystkich wyrazów wynosi 1533, oblicz iloraz tego ciągu.

- Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)

Zapisanie zależności $768 = a_1 \quad q^{n-1}$ i wykorzystanie wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego S_n do zapisania równania: $\frac{3 \quad 768q}{1 \quad q} = 1533$, gdzie $q \quad 1$.

- Rozwiązanie bezbłędne (2 punkty)

Wyznaczenie ilorazu ciągu: $q = 2$.

Uwaga: Jeśli w zadaniu jest błąd rachunkowy lub drobne usterki, to uczeń otrzymuje 1 punkt.

Wydawca: OFICYNA EDUKACYJNA * KRZYSZTOF PAZDRO Sp. z o.o.

Zadanie 23. (2 pkt)

Jedynym miejscem zerowym funkcji kwadratowej f jest liczba 2. Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie o współrzędnych $(0, -2)$. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci ogólnej.

- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)</u>

Zapisanie wzoru funkcji w postaci $f(x) = a\ \ (x-2)^2$ oraz wyliczenie wartości współczynnika a: $a = -0{,}5$.

Uwaga: Jeśli uczeń poda tylko wartość współczynnika c (we wzorze $f(x) = ax^2 + bx + c$): $c = -2$, to otrzymuje 0 punktów. Jeśli uczeń napisze dodatkowo układ równań pozwalający wyznaczyć współczynniki a i b, to otrzymuje 1 punkt.

- <u>Rozwiązanie bezbłędne (2 punkty)</u>

Doprowadzenie wzoru funkcji $f(x) = -0{,}5(x-2)^2$ do postaci ogólnej: $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x - 2$.

Uwaga: Jeśli rozwiązanie zawiera błąd rachunkowy lub drobne usterki, to uczeń otrzymuje 1 punkt.

Zadanie 24. (2 pkt)

W trapezie $ABCD$, w którym $AB \parallel DC$ oraz $|AB| > |DC|$, przekątna DB zawiera się w dwusiecznej kąta ABC. Wykaż, że $|DC| = |BC|$.

- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)</u>

Powołanie się na twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą w uzasadnieniu równości kątów naprzemianległych: $|\sphericalangle ABD| = |\sphericalangle BDC|$.

Uwaga: Jeśli uczeń stwierdzi, że z twierdzenia o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą wynika równość $|\sphericalangle CBD| = |\sphericalangle BDC|$, to otrzymuje 0 punktów.

- <u>Bezbłędne rozwiązanie zadania (2 punkty)</u>

Stwierdzenie, że z równości $|\sphericalangle ABD| = |\sphericalangle BDC|$ oraz $|\sphericalangle ABD| = |\sphericalangle DBC|$ wynika równość $|\sphericalangle CBD| = |\sphericalangle BDC|$, więc trójkąt DBC jest równoramienny, zatem $|DC| = |CB|$.

Uwaga: Jeśli uczeń nie zapisze, że trójkąt DBC jest równoramienny, to otrzymuje 1 pkt.

Zadanie 25 (2 pkt)

Rozłóż wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ na czynniki liniowe.

- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)</u>

Zapisanie wielomianu w postaci iloczynu: $W(x) = (x+3)(x^2-2)$.

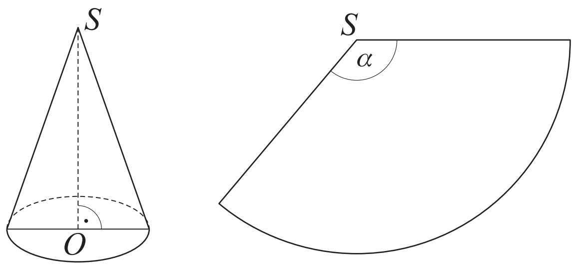
Uwaga: Jeśli uczeń tylko pogrupuje wyrazy: $W(x) = x^2(x+3) - 2(x+3)$, to otrzymuje 0 punktów.

- <u>Rozwiązanie bezbłędne (2 punkty)</u>

Rozłożenie wielomianu na czynniki liniowe: $W(x) = (x+3)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$.

Zadanie 26 (2pkt)

Tworząca stożka ma długość 3 dm. Długość promienia podstawy stożka jest równa 1 dm. Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyznę jest wycinkiem koła. Oblicz miarę α kąta środkowego tego wycinka.



- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (1 punkt)</u>

Obliczenie długości okręgu o promieniu 1 dm: 2   dm oraz długości okręgu o promieniu 3 dm: 6   dm.

Uwaga: Jeśli uczeń obliczy tylko długość okręgu o promieniu 3 dm, to otrzymuje 0 punktów.

- <u>Rozwiązanie bezbłędne (2 punkty)</u>

Wyznaczenie miary α kąta środkowego wycinka koła: $\alpha = 120$.

Uwaga: Jeśli rozwiązanie zawiera drobne usterki lub błąd rachunkowy, to uczeń otrzymuje 1 punkt.

Zadanie 27. (4 pkt)

Oblicz: $2 - 3 + 6 - 7 + 10 - 11 + \ldots + 2010 - 2011$.

- <u>Dokonanie niewielkiego postępu (1 punkt)</u>

Stwierdzenie, że liczby $2, 6, 10, \ldots, 2010$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny (a_n), w którym $a_1 = 2$, $r_a = 4$, natomiast liczby $-3, -7, -9, \ldots, -2011$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny (b_n), w którym $b_1 = -3$, $r_b = -4$
albo
stwierdzenie, że kolejne pary liczb sumują się do (-1).

- <u>Dokonanie istotnego postępu (2 punkty)</u>

Wyznaczenie liczby wyrazów ciągu (a_n) i (b_n): jest taka sama dla obu ciągów i wynosi 503.

- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (3 punkty)</u>

Obliczenie sumy wszystkich wyrazów ciągu (a_n): 506018 i sumy wszystkich wyrazów ciągu (b_n): (-506521).

- <u>Rozwiązanie bezbłędne (4 punkty)</u>

Obliczenie wartości wyrażenia: $2 - 3 + 6 - 7 + 10 - 11 + \ldots + 2010 - 2011 = -503$.

Uwaga: Jeśli rozwiązanie zawiera błąd rachunkowy lub drobne usterki, to uczeń otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 28. (4 pkt)

W jednej szufladzie znajduje się 6 czapek: 3 zielone, 2 czerwone i 1 niebieska, a w drugiej szufladzie jest 7 szalików: 2 zielone, 1 czerwony i 4 niebieskie. Wyjęto losowo jedną czapkę i jeden szalik. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – wylosowana czapka i wylosowany szalik są tego samego koloru.

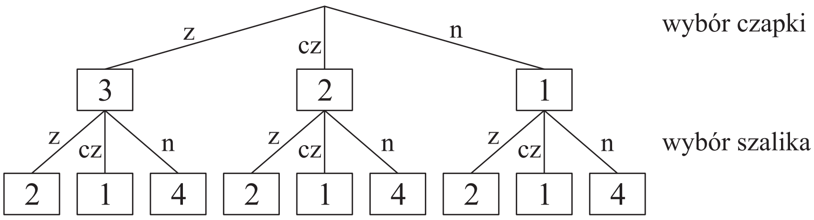
- <u>Dokonanie niewielkiego postępu (1 punkt)</u>

Określenie przestrzeni zdarzeń elementarnych i obliczenie $\overline{\overline{\Omega}}$: $\overline{\overline{\Omega}} = 42$.

- <u>Dokonanie istotnego postępu (2 punkty)</u>

Stwierdzenie, że $A = A_1 \quad A_2 \quad A_3$, gdzie A_1, A_2, A_3 oznaczają zdarzenia:
A_1 – wylosowana czapka i wylosowany szalik są koloru zielonego,
A_2 – wylosowana czapka i wylosowany szalik są koloru czerwonego,
A_3 – wylosowana czapka i wylosowany szalik są koloru niebieskiego,
które są parami rozłączne,

albo narysowanie drzewka:



- <u>Pokonanie zasadniczej trudności zadania (3 punkty)</u>

Wyznaczenie prawdopodobieństw zdarzeń A_1, A_2, A_3: $P(A_1) = \frac{6}{42}$, $P(A_2) = \frac{2}{42}$,

$P(A_3) = \frac{4}{42}$ albo obliczenie $\overline{\overline{A}}$: $\overline{\overline{A}} = 3 \quad 2 + 2 \quad 1 + 1 \quad 4 = 12$.

Uwaga: Jeśli uczeń wykonał tylko fragment drzewka wystarczający do obliczenia $\overline{\overline{A}}$, to otrzymuje 3 punkty. Jeśli wyznaczenie $\overline{\overline{A}}$ zawiera błąd rachunkowy, to uczeń otrzymuje 2 punkty.

- <u>Bezbłędne rozwiązanie zadania (4 punkty)</u>

Obliczenie $P(A)$: $P(A) = \frac{2}{7}$.

Uwaga: Jeśli rozwiązanie zadania zawiera drobne usterki lub błąd rachunkowy, to uczeń otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 29. (4 pkt)

Podstawą ostrosłupa jest romb. Wysokość ostrosłupa ma długość $12\sqrt{3}$ cm, a spodek O tej wysokości jest punktem przecięcia przekątnych. Każda ze ścian bocznych ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 60 .

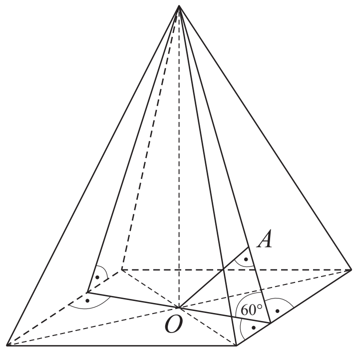
a) Zaznacz na rysunku kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa oraz poprowadź odcinek OA, którego długość jest równa odległości punktu O od ściany bocznej.
b) Oblicz odległość punktu O od ściany bocznej.

- <u>Dokonanie niewielkiego postępu (1 punkt)</u>

Narysowanie kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy, wraz z wysokością rombu i wysokością ściany bocznej, które ten kąt wyznaczają.

Uwaga: Jeśli uczeń nie poprowadził tych wysokości lub nie zaznaczył odpowiednich kątów prostych, to otrzymuje 0 pkt.

- <u>Dokonanie istotnego postępu (2 punkty)</u>



Obliczenie długości wysokości rombu i długości wysokości ściany bocznej oraz stwierdzenie, że trójkąt wyznaczony przez wysokość rombu i wysokości przeciwległych ścian bocznych jest równoboczny, a długość jego boku jest równa 24 cm.

- <u>Bezbłędne rozwiązanie zadania (4 punkty)</u>

Narysowanie odcinka *OA* oraz obliczenie jego długości poprzez wykorzystanie pola trójkąta prostokątnego albo poprzez wykorzystanie podobieństwa odpowiednich trójkątów prostokątnych: $|OA| = 6\sqrt{3}$ cm.

Uwaga: Jeśli uczeń dobrze zaznaczył kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy i źle poprowadził odcinek *OA*, to otrzymuje 2 punkty. Jeśli uczeń narysował poprawnie odcinek *OA*, ale nie obliczył jego długości lub wykonał błąd rachunkowy w obliczeniach, to otrzymuje 3 punkty. Jeśli rozwiązanie zadania zawiera drobne usterki, to uczeń otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 30. (6 pkt)

W trójkącie prostokątnym *ABC*, gdzie $|\sphericalangle ACB| = 90$, wierzchołek *B* ma współrzędne (6, 0). Prosta k: $11x + 2y - 6 = 0$, zawierająca środkową trójkąta poprowadzoną z wierzchołka *C*, przecina bok *AB* trójkąta w punkcie $S\ \ 1,\ \ 2\frac{1}{2}$. Wyznacz współrzędne punktów *A* i *C*.

- <u>Dokonanie niewielkiego postępu (1 punkt)</u>

Obliczenie współrzędnych punktu *A*: $A(-4, -5)$.

- <u>Dokonanie istotnego postępu (2 punkty)</u>

Stwierdzenie, że punkt *C* należy do prostej *k* i do okręgu o_1 opisanego na trójkącie *ABC* oraz że środkiem okręgu o_1 jest punkt *S*.

- Pokonanie zasadniczej trudności zadania (4 punkty)

Zapisanie układu równań, w którym jednym z równań jest równanie prostej k, a drugim – równanie okręgu opisanego na trójkącie ABC:

$$\begin{array}{l} 11x \quad 2y \quad 6 \quad 0 \\ (x \quad 1)^2 \quad (y \quad 2{,}5)^2 \quad \frac{125}{4} \end{array}$$

oraz doprowadzenie do równania kwadratowego z jedną niewiadomą (np. x): $(x-1)^2 = 1$ albo $x^2 - 2x = 0$.

Uwaga: Jeśli uczeń zapisał poprawnie równanie okręgu, ale nie doprowadził rozwiązywania układu równań do równania kwadratowego z jedną niewiadomą lub otrzymał takie równanie z błędami, to otrzymuje 3 punkty.

- Bezbłędne rozwiązania zadania (6 punktów)

Wyznaczenie współrzędnych punktu C: $C_1(0, 3)$, $C_2(2, -8)$.

Uwaga: Jeśli rozwiązanie zadania zawiera drobne usterki lub błąd rachunkowy, to uczeń otrzymuje 5 punktów. Jeśli uczeń podczas rozwiązania równania kwadratowego zgubi jedno rozwiązanie i poda tylko jedno (poprawne) rozwiązanie (punkt C), to otrzymuje 4 punkty.